

المسألة الأولى

$$T(s) = \frac{G}{1+GH} = \frac{507}{s^4 + 3s^3 + 10s^2 + 30s + 169} = \frac{507}{s^5 + 3s^4 + 10s^3 + 30s^2 + 169s + 507}$$

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 10 & 169 \\ \rightarrow s^3 & 3 & 30 & 507 \\ s^2 & 12 & 60 & 0 \\ s^1 & 15 & 507 & 0 \\ s^0 & -345.6 & 0 & 0 \\ s^0 & 507 & 0 & 0 \end{array}$$

$$p(s) = 3s^4 + 30s^2 + 507$$

$$\frac{dp(s)}{ds} = 12s^3 + 60s$$

$$s = \frac{-30 \pm \sqrt{(30)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 507}}{2 \cdot 3} = -5 \pm j12$$

$$\Rightarrow \pm(x + jy)$$

$$s_1 = -2 - j3$$

$$s_2 = -2 + j3$$

$$s_3 = 2 - j3$$

$$s_4 = 2 + j3$$

$$s_5 = -3$$

2 RHP

3 LHP

The system is unstable

Find the range of "K" to ensure stability in the unity feedback system.

$$G(s) = \frac{K(s-2)(s+4)(s+5)}{(s^2+3)}$$

$$\Rightarrow Ks^3 + (7K+1)s^2 + 2Ks + (3-40K)$$

المهمة الأولى

$$T(s) = \frac{G}{1+GH} = \frac{507}{s^4 + 3s^3 + 10s^2 + 30s + 169} = \frac{507}{s^5 + 3s^4 + 10s^3 + 30s^2 + 169s + 507}$$

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 10 & 169 \\ \rightarrow s^3 & 3 & 30 & 507 \\ s^2 & 12 & 60 & 0 \\ s^1 & 15 & 507 & 0 \\ s^0 & -3456 & 0 & 0 \\ & 507 & 0 & 0 \end{array}$$

$$p(s) = 3s^4 + 30s^2 + 507$$

$$\frac{dp(s)}{ds} = 12s^3 + 60s$$

$$s = \frac{-30 \pm \sqrt{(30)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 507}}{2 \cdot 3} = -5 \pm j12$$

$$\Rightarrow \pm(x + jy)$$

$$s_1 = -2 - j3$$

$$s_2 = -2 + j3$$

$$s_3 = 2 - j3$$

$$s_4 = 2 + j3$$

$$s_5 = -3$$

2 RHP

3 LHP

The system is unstable

Find the range of "K" to ensure stability in the unity feedback system.

$$G(s) = \frac{K(s-2)(s+4)(s+5)}{(s^2+3)}$$

$$\Rightarrow Ks^3 + (7K+1)s^2 + 2Ks + (3-40K)$$

$$\angle \dots$$

s^3	K	$2K$
s^2	$7K+1$	$3-40K$
s^1	$\frac{54K^2-K}{7K+1}$	0
s^0	$3-40K$	0

for stability

$$\frac{1}{54} < K < \frac{3}{40}$$

from

$$54K^2 - K > 0$$

$$54K > K$$

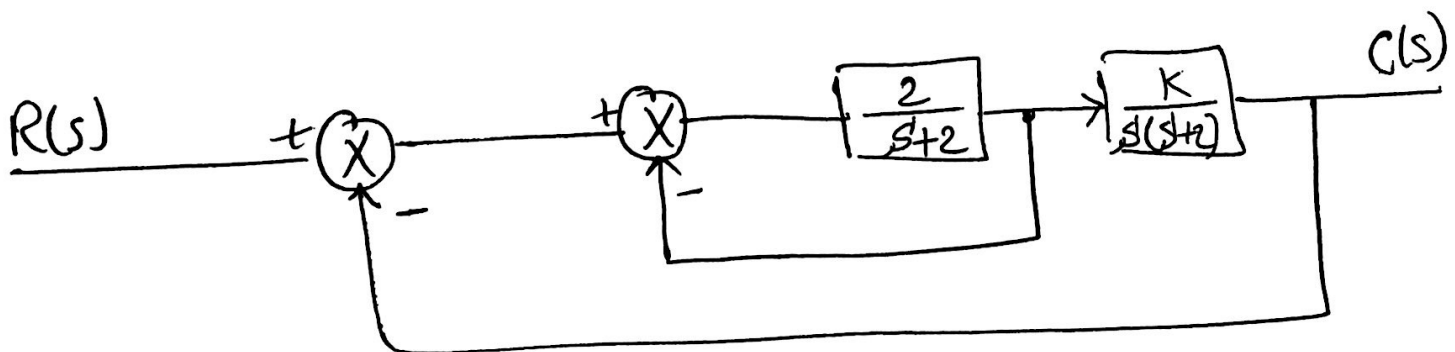
$$54K > 1 \Rightarrow K > \frac{1}{54}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{54} < K$$

$$3 - 40K > 0$$

$$3 > 40K \Rightarrow K < \frac{3}{40}$$

Q a control system has a block diagram shown below based on the Routh Hurwitz criterion determine the range of gain "K" so that the system will be stable?



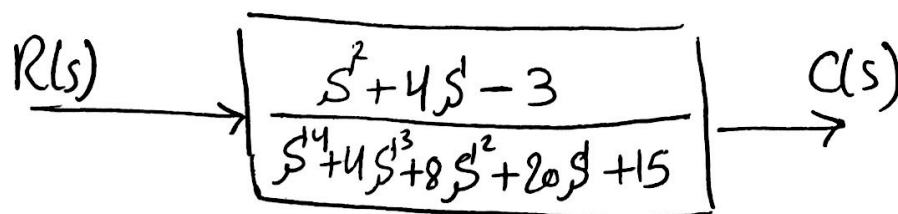
Q Using the Routh table, tell how many poles of the following function are in the right half plane, in the left plane, and on the jw axis

11 $T(s) = \frac{s+8}{s^5 - s^4 + 4s^3 - 4s^2 + 3s - 2}$

s^5	1	4	3	+	when $\epsilon \rightarrow 0$
s^4	-1	-4	-2	-	
s^3	$0 \Rightarrow \epsilon$	1	0	+	3 RHP
s^2	$\frac{1-4\epsilon}{\epsilon}$	-2	0	+	
s^1	$\frac{2\epsilon - 4\epsilon + 1}{1-4\epsilon}$	0	0	+	2 LHP
s^0	-2	0	0	-	

The system is unstable

12 How many poles are in the right half plane, in the left half plane, and on the jw axis for the open loop system of figure shown below



Q Given the system

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 1 \\ -10 & -5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Find out how many poles are in the left half plane, in the right half plane, and on the jw axis.

$$(sI - A) = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 1 \\ -10 & -5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -3 & -1 \\ -2 & s-8 & -1 \\ 10 & 5 & s+2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(sI - A) &= s((s+2)(s-8)+5) + 3((-2s-4)+(10)) - 1((-10)-(10s-80)) \\ &= s^3 - 6s^2 - 11s - 6s + 18 + 10s - 70 \\ &= s^3 - 6s^2 - 7s - 52 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|ccc} s^3 & 1 & -7 & 0 \\ s^2 & -6 & -52 & 0 \\ s^1 & -94 & 0 & \\ s^0 & -52 & & \end{array}$$

The system has one right half plane pole and two poles in the left half plane

• π

Stability

11 Stable

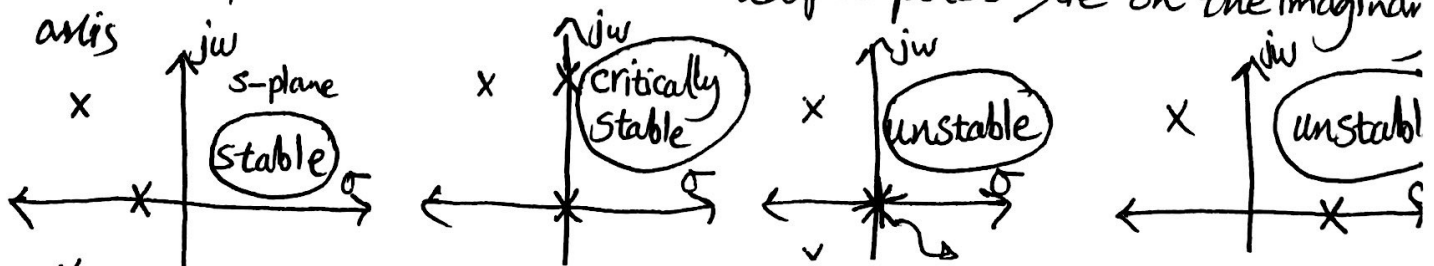
The linear system is stable if no closed loop poles are located on the right half of s -plane or $j\omega$ axis. And all the poles are located in the left half of s -plane.

12 Unstable

The linear system is only unstable, if the at least one pole of the closed loop transfer function lies in the right half of s -plane, or, at least one multiple pole is on the imaginary axis of the s -plane.

13 Critical stable

A linear system is critically stable, if at least one single pole exists on the imaginary axis, and no pole of the given closed loop transfer function lies in the right half of s -plane, and in addition no multiple poles lie on the imaginary axis.



Q Given the system

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 1 \\ -10 & -5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Find out how many poles are in the left half plane, in the right half plane, and on the jw axis.

$$(sI - A) = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 1 \\ -10 & -5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -3 & -1 \\ -2 & s-8 & -1 \\ 10 & 5 & s+2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(sI - A) &= s((s+2)(s-8)+5) + 3((-2s-4)+(10)) - 1((-10) - (10s-80)) \\ &= s^3 - 6s^2 - 11s - 6s + 18 + 10s - 70 \\ &= s^3 - 6s^2 - 7s - 52 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|ccc} s^3 & 1 & -7 & 0 \\ s^2 & -6 & -52 & 0 \\ s^1 & -\frac{94}{6} & 0 & \\ s^0 & -52 & & \end{array}$$

The system has one right half plane pole and two poles in the left half plane

∴ The system is unstable

2) Using the Routh table, tell how many poles of the following function are in the right half plane, in the left plane, and on the $j\omega$ axis

$$\text{VII} \quad T(s) = \frac{s' + 8}{s^5 - s^4 + 4s^3 - 4s^2 + 3s - 2}$$

$$\begin{array}{c|ccc}
 s^5 & 1 & 4 & 3 & + \\
 s^4 & -1 & -4 & -2 & - \\
 s^3 & 0 \Rightarrow \epsilon & 1 & 0 & + \\
 s^2 & \frac{1-4\epsilon}{\epsilon} & -2 & 0 & + \\
 s^1 & \frac{2\epsilon - 4\epsilon + 1}{1-4\epsilon} & 0 & 0 & + \\
 s^0 & -2 & 0 & 0 & -
 \end{array}$$

when $\epsilon \rightarrow 0$
 3 RHP
 2 LHP
 The system is unstable

The system is unstable

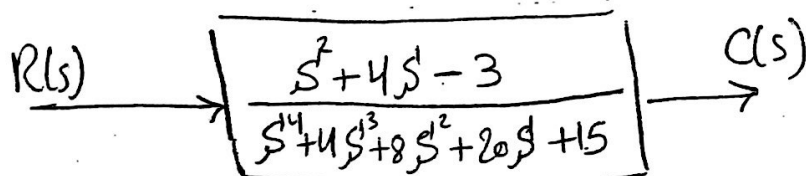
Handwritten notes on the left margin:

+) (X)
+) (C)
-)
-) (C)
x
x

Handwritten notes on the right margin:

2 R
-
-
-

12] How many poles are in the right half plane, in the left half plane, and on the $j\omega$ axis for the open loop system of figure shown below



$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 8 & 15 \\ s^3 & 4 & 20 & 0 \\ s^2 & 3 & 15 & 0 \\ s^1 & 6 & 0 & 0 \\ s^0 & 15 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$$

$$P(s) = 3s^2 + 15$$

$$\frac{dP(s)}{ds} = 6s$$

$$n = 4$$

$$\frac{\pm \sqrt{-4 \times 3 \times 15}}{2 \times 3} = \pm j2.236$$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{3}s^2 + \frac{4}{3}s + 11 \\ \hline 3s^4 + 15 \\ \hline s^4 + 4s^3 + 8s^2 + 20s + 15 \\ \hline s^4 + 5s^2 \\ \hline 4s^3 + 3s^2 + 20s + 15 \\ \hline 4s^3 + 20s \\ \hline 3s^2 + 15 \\ \hline 3s^2 + 15 \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$$

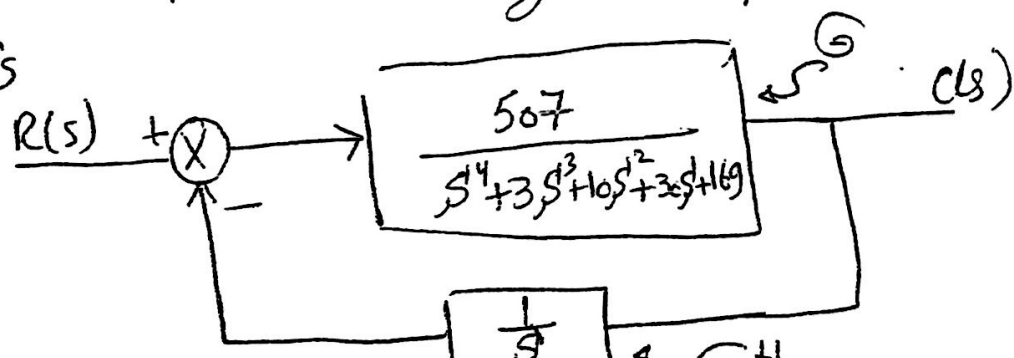


$$= \frac{-\frac{4}{3} \pm \sqrt{(\frac{4}{3})^2 - 4 \times \frac{1}{3} \times 1}}{2 \times \frac{1}{3}} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = -3 \\ s_2 = -1 \end{cases}$$

2jw
2LHP

The system is critical stable

1. Using the Routh Hurwitz criterion, tell how many closed loop poles of the system shown below lie in the left half plane, in the right half plane, and on the jw-axis



$$T(s) = \frac{G}{1+GH} = \frac{507}{s^4 + 3s^3 + 10s^2 + 30s + 169} = \frac{507}{s^4 + 3s^3 + 10s^2 + 30s + 169 + 507}$$

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 10 & 169 \\ \rightarrow s^3 & 3 & 30 & 507 \\ s^2 & 12 & 60 & 0 \\ s^1 & 15 & 507 & 0 \\ s^0 & -3456 & 0 & 0 \\ s^0 & 507 & 0 & 0 \end{array}$$

$$p(s) = 3s^4 + 30s^2 + 507$$

$$\frac{dp(s)}{ds} = 12s^3 + 60s$$

$$s = \frac{-30 \pm \sqrt{(30)^2 - 4 \times 3 \times 507}}{2 \times 3} = \sqrt{-5 \pm j12}$$

$$\Rightarrow \pm(x + jy)$$

$$s_1 = -2 - j3$$

$$s_2 = -2 + j3$$

$$s_3 = 2 - j3$$

$$s_4 = 2 + j3$$

$$s_5 = -3$$

2 RHP

3 LHP

The system is unstable

1) Find the range of "K" to ensure stability in the unity feedback system.

$$G(s) = \frac{K(s-2)(s+4)(s+5)}{(s^2+3)}$$



$$T.F. = \frac{G(s)}{1+G(s)}$$

$$\Rightarrow Ks^3 + (7K+1)s^2 + 2Ks + (3-40K)$$

s^3	K	$2K$
s^2	$7K+1$	$3-40K$
s^1	$\frac{54K^2-K}{7K+1}$	0
s^0	$3-40K$	0

For stability

$$\frac{1}{54} < K < \frac{3}{40}$$

From

$$54K^2 - K > 0$$

$$54K > K$$

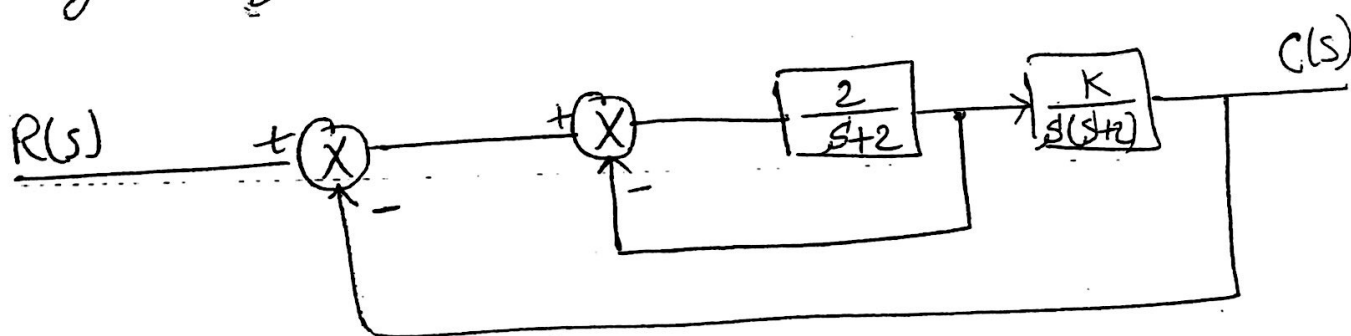
$$54K > 1 \Rightarrow K > \frac{1}{54}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{54} < K$$

$$3 - 40K > 0$$

$$3 > 40K \Rightarrow K < \frac{3}{40}$$

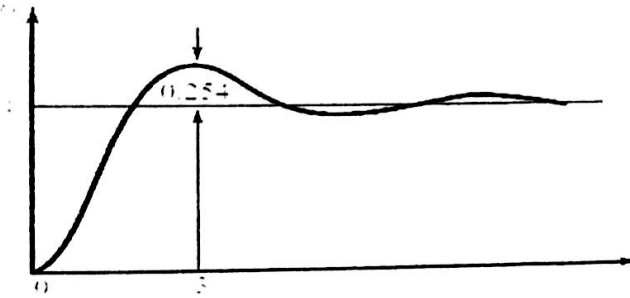
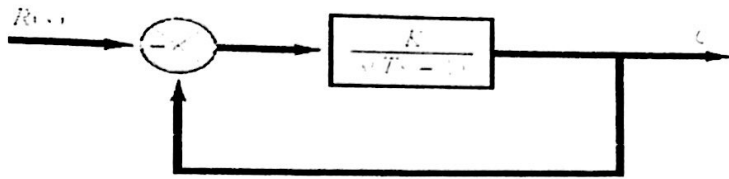
Q a control system has a block diagram shown below based on the Routh Hurwitz criterion determine the range of gain "K" so that the system will be stable?



اجابة الامتحان الثاني لمقرر التحكم الالى

(a) Determine the values of k and T for the system given below.

5 marks



Solution: (1) M_p (maximum overshoot) = 0.254 $= e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ $\zeta = 0.4$ (1 mark)

(2) $t_p = 3 = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$ $\omega_n = 1.14$ rad/sec (1 mark)

(3) $\frac{s}{s} = \frac{k}{Ts^2 + s + k} = \frac{\frac{k}{T}}{s^2 + \frac{1}{T}s + \frac{k}{T}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{T} = 2\zeta\omega_n T = 1.09$ s (1.5 mark)

$\omega_n^2 = \frac{k}{T}$ $k = 1.42$ (1.5 mark)

b) if the roots of characteristic equation are given by

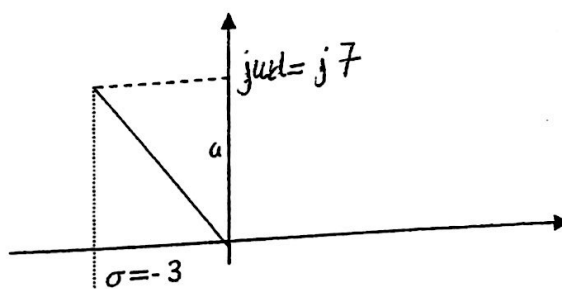
$$s = -3 \pm j7$$

Find (1) damping ratio (ζ), undamping natural frequency (ω_n).

(2) maximum overshoot (M_p), peak time and setting time

(3) the system transfer function.

3 marks



$$s = -3 \pm j7 = -\sigma \pm j\omega_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_d$$

$$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega_d^2} = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58} = 7.616 \text{ rad/sec} \quad (0.5 \text{ mark})$$

$$\zeta = \frac{\sigma}{\omega_n} = \frac{3}{7.616} = 0.394 \quad (0.5 \text{ mark})$$

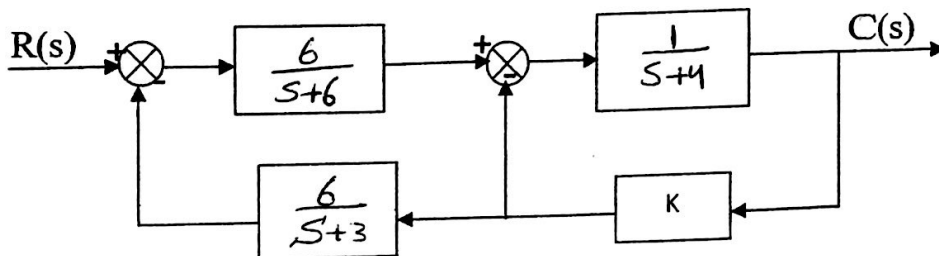
$$p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.26 \quad (0.5 \text{ mark})$$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{7} = 0.449 \text{ s} \quad (0.5 \text{ mark})$$

$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{3} \text{ s} \quad (0.5 \text{ mark})$$

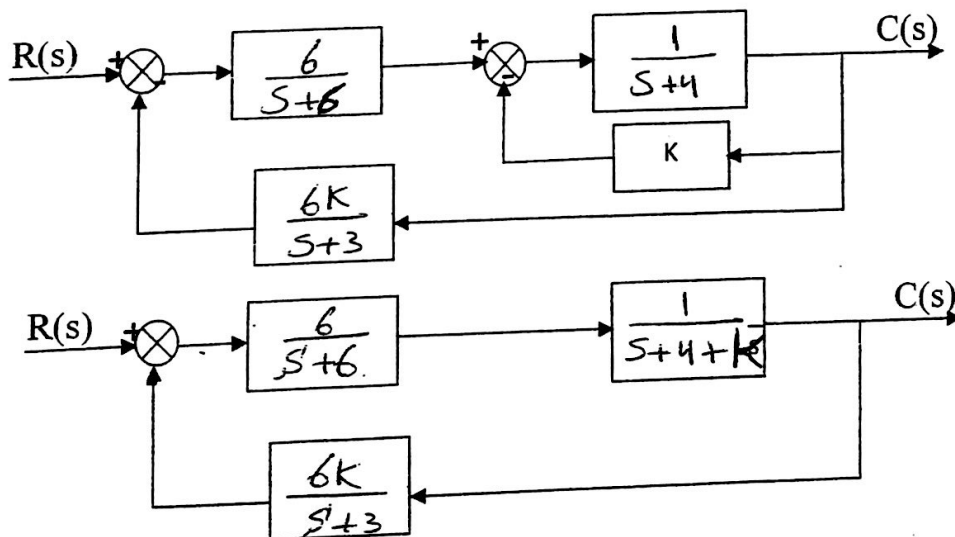
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{58}{s^2 + 6s + 58} \quad (0.5 \text{ mark})$$

2 for the system given below, state the system type and then determine the value of k so that the ess = 0.1.

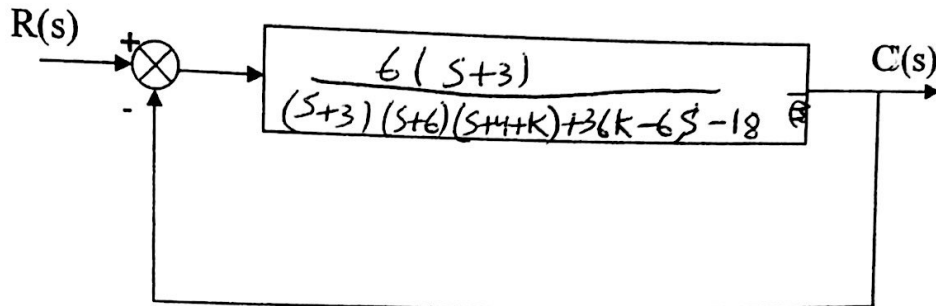
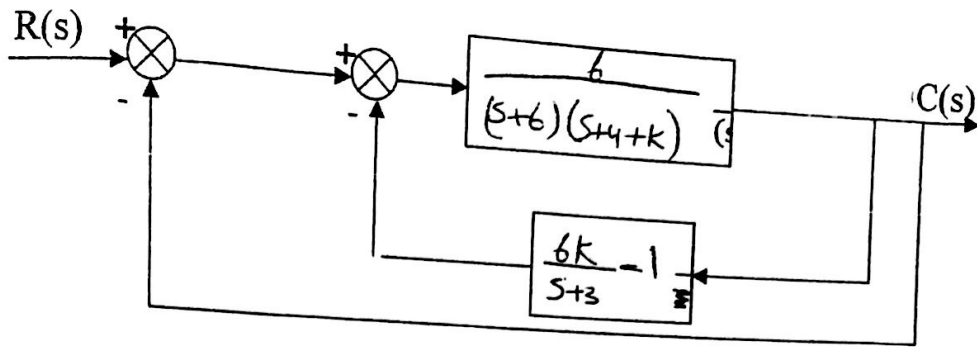


5 marks

Solution: Find (1) the Geq (2.5 marks)



2.5 marks



) system is type zero then the input should be step input.

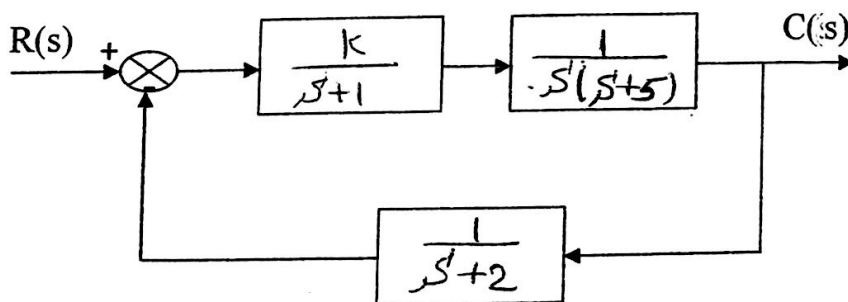
$$k_p = \lim_{s \rightarrow 0} G_{eq} = \frac{18}{18(k+4)+36k-18} = \frac{1}{3k+3}$$

$$\frac{1}{k_p} = \frac{3k+3}{1} = 0.1k = -\frac{26}{27} = -0.963 \quad 2.5 \text{ marks}$$

3 (a) For the closed-loop system shown below, find

- The range of k for stability.
- The value of k for marginally stable.
- The frequency of oscillation if possible.

4 marks



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k(s+2)}{s^4 + 8s^3 + 17s^2 + 10s + k} \quad 1 \text{ mark}$$

$$\begin{array}{r|rr}
 1 & 17 & k \\
 8 & 10 & 0 \\
 \hline
 15.75 & k & 0 \\
 157.5 - 8k & 0 & 0 \\
 \hline
 157.5 & 0 & 0 \\
 k & 0 & 0
 \end{array}$$

for stability: $k > 0$ $157.5 - 8k > 0$

$$8k < 157.5 \quad k < 19.6875 \quad 0 < k < 19.6875$$

1 mark

or marginally stable $k = 19.6875$

0.5 mark

Auxiliary equation is $15.75s^2 + 19.6875 = 0$ $s = \pm j\sqrt{1.25}\omega = \sqrt{1.25} \text{ rad/sec}$ 1 mark

(b) state whether the following system is stable or not

2.5 marks

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 3 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

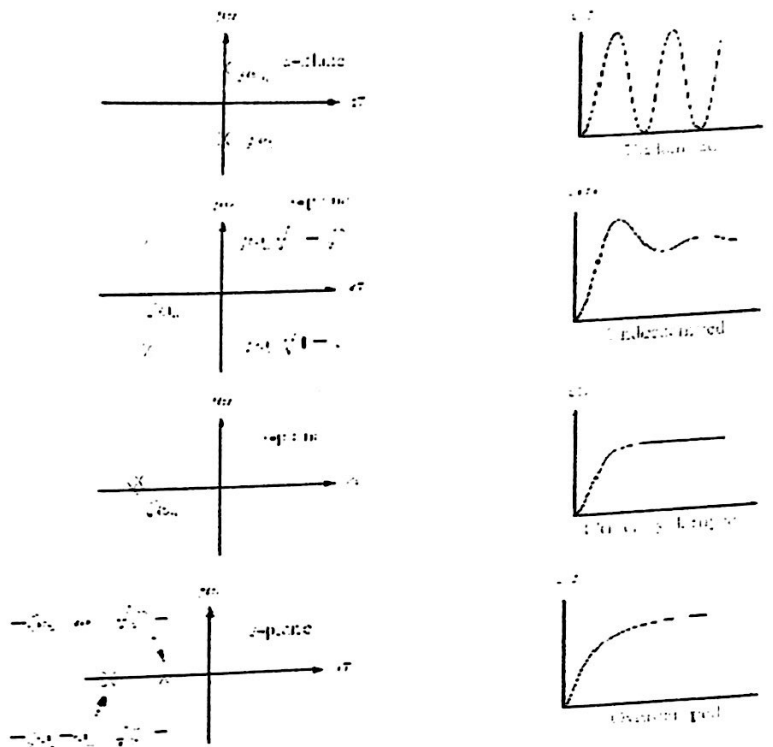
$$y = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{solution: } sI - A = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 3 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s+4 & -3 \\ 1 & 1 & s+2 \end{bmatrix}$$

$$|sI - A| = s^3 + 6s^2 + 11s + 3$$

$$\begin{array}{r|rr}
 s^3 & 1 & 11 \\
 s^2 & 6 & 3 \\
 s^1 & 10.5 & 0 \\
 s^0 & 3 & 0
 \end{array}$$

Since the first column of Routh's array is positive, then the system is stable.



(2) for the following characteristic equation, find the number and location of $j\omega$ axis roots and Rhp and Lhp roots if any. $D(s) = s^5 + 2s^4 + 8s^3 + 11s^2 + 16s + 12$ 2.5 marks

$$\begin{array}{r|rrr} s^5 & 1 & 8 & 16 \\ s^4 & 2 & 11 & 12 \\ s^3 & 2.5 & 10 & 0 \\ s^2 & 3 & 12 & 0 \\ s^1 & 0 & 0 & 0 \\ s^0 & & & \end{array}$$

find The auxiliary equation is $3s^2 + 12 = 0$

find the derivative of auxiliary equation $6s + 0$

$$\begin{array}{r|rrr} s^5 & 1 & 8 & 16 \\ s^4 & 2 & 11 & 12 \\ s^3 & 2.5 & 10 & 0 \\ s^2 & 3 & 12 & 0 \\ s^1 & & 0 & 0 \\ s^0 & 12 & 0 & 0 \end{array}$$

Since the first column of Routh's array is positive, then the system is critical stable.

- 3) A system has a transfer function, $T(s) = \frac{25}{s+25}$
Find the time constant, τ , settling time, t_s , and rise time, t_r . 2.5 marks

$$T(s) = \frac{25}{s+25} = \frac{1/\tau}{s+1/\tau}$$

$$1/\tau = 25 \implies \tau = 0.04$$

$$T_s = 4\tau = 0.16 \text{ sec}$$

$$T_r = 2.2 \tau = 0.088 \text{ sec}$$

- (4) a unity feedback system has the following forward transfer function

2.5 marks

$$G(s) = \frac{101s + 20.5s + 30}{s(s + 25.5s + 35)}$$

Find the steady-state error for the following inputs: $15 u(t)$, $10 t u(t)$, and $4t^2 u(t)$

since the system is type one then:

- e_{ss} due step input is

$$e_{ss} = \frac{15}{1 + k_p}$$

$$k_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty$$

$$e_{ss} = 0$$

- e_{ss} due ramp input is $e_{ss} = \frac{10}{k_v}$

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = 6.8571$$

$$e_{ss} = \frac{10}{6.8571} = 1.458$$

- e_{ss} due parabolic input is

$$e_{ss} = \frac{4}{k_v}$$

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = 0$$

$$e_{ss} = \infty$$

MAR 428

Test II

* Stability

10-24-23

* الإستقرارية - Stability *

الإستجابة الطبيعية للأنظمة من الإستجابة مسبب الشروط الأولية .
وعلم ضوء هذه الإستجابة يمكن تصنيف الأنظمة إلى :

- 1- منظومة مستقرة : إذا اختربت الإستجابة الطبيعية من الصفر .
- 2- منظومة غير مستقرة : عندما تصبح الإستجابة الطبيعية متزايدة وبدون حدود .
- 3- منظومة مستقرة استقرار مرجح : عندما تصبح الإستجابة الطبيعية غير متناقصة وغير متزايدة .

أنواع الإستقرار :

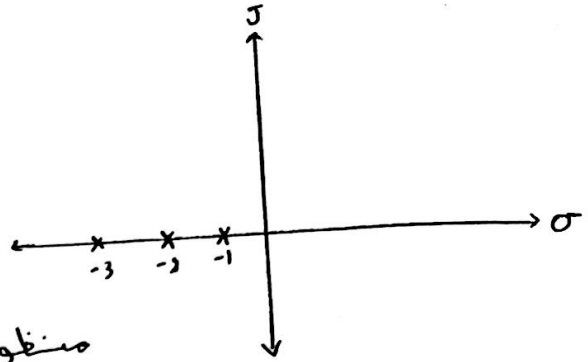
- نوعية الإستقرار تعتمد على موقع أقطاب دالة التحويل الشاملة .
- 1- إذا وقع على الأقل أحد الأقطاب في الناحية اليمنى من المستوى المركب للمتغير s كانت المنظومة غير مستقرة (Unstable) .
 - 2- إذا وقع أحد الأقطاب على المحور الرأسي التخيلي من المستوى s فإن المنظومة تكون في حالة استقرار مرجح وتكون الإستجابة دائمة التذبذب .
 - 3- في حالة الأقطاب الواقعة على المحور الرأسي متكررة فإن المنظومة غير مستقرة .
 - 4- وإذا وقعت جميع أقطاب دالة النقل في الناحية اليسرى فإن الدالة مستقرة ويكون هذا الإستقرار :

(P) استقرار مطلق عندما يكون موقع الأقطاب بعيدا عن المحور الرأسي .
(B) استقرار نسبي عندما يكون موقع الأقطاب قريبا من المحور الرأسي .

هنا : حدد نوع استقرار المنظومات التالية :

$$1) T(s) = \frac{20}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

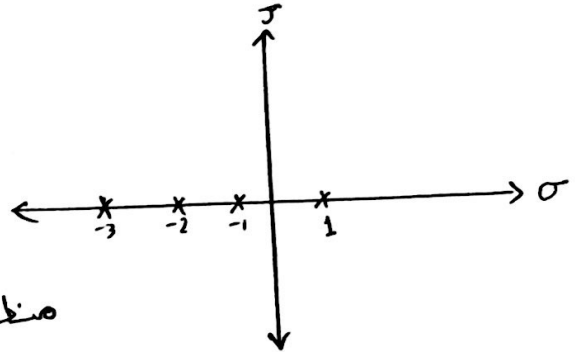
system poles: -1, -2, -3



منظومة مستقرة

$$2) T(s) = \frac{20(s+1)}{(s-1)(s^2+2s+2)(s+3)}$$

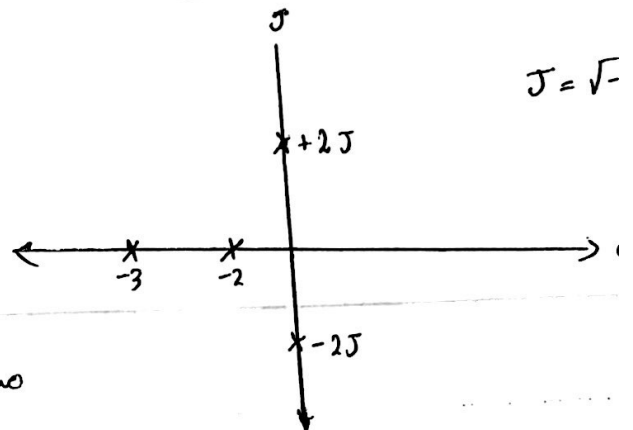
system poles: 1, -3, -2, -1



منظومة غير مستقرة بسبب الجذر (1)

$$3) T(s) = \frac{20}{(s^2+4)(s+2)(s+3)}$$

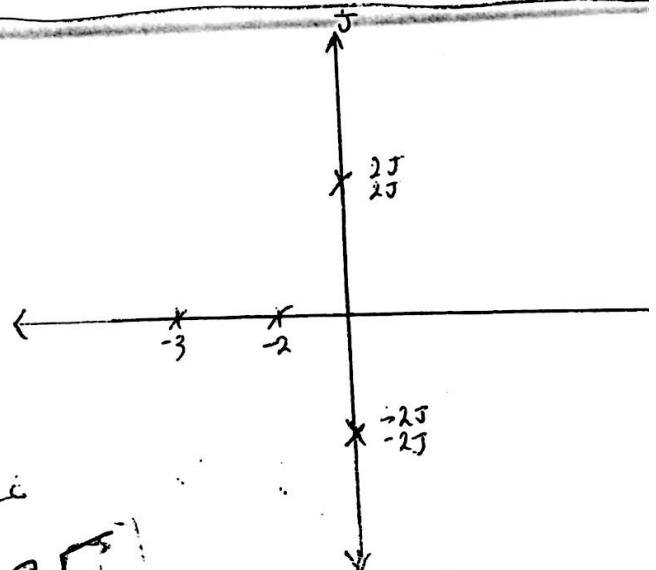
system poles: $\pm 2j$, -2, -3



مستقرة استقرار حرج بسبب $\pm 2j$

$$4) T(s) = \frac{20}{(s^2+4)^2(s+2)(s+3)}$$

system poles: $2j, -2j, 2j, -2j$, -2, -3



غير مستقرة بسبب تكرار الأقطاب $\pm 2j$ على المحاور الرأسية.

قاعدة ميرونز للاستقرار :

تنص هذه القاعدة على أن " الشروط الضرورية والكافية لاستقرار المنظومة هي أن تكون جميع محدثات ميرونز وعددها n والتكون من معاملات معادلة الخواص موجبة "

مثال : استخدم قاعدة ميرونز لاختبار استقرار المنظومة المعرفه بمعادلة الخواص :

$$\underline{s^4} + \underline{8s^3} + \underline{18s^2} + \underline{16s} + \underline{5} = 0 \Rightarrow (n=4)$$

(1) تكون المصفوفة العامة $(n \times n)$

$$\begin{bmatrix} 8 & 16 & 0 & 0 \\ 1 & 18 & 5 & 0 \\ 0 & 8 & 16 & 0 \\ 0 & 1 & 18 & 5 \end{bmatrix}$$

نوجد المحدثات (D_1, D_2, D_3, D_4) .

$$D_1 = \underline{8} > 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 8 & 16 \\ 1 & 18 \end{vmatrix} = 128 > 0$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 8 & 16 & 0 \\ 1 & 18 & 5 \\ 0 & 8 & 16 \end{vmatrix} = 1728 > 0 \quad (\text{باستخدام الآلة الحاسبة})$$

X

2.6

$$D_4 = \begin{vmatrix} 8 & 16 & 0 & 0 \\ 1 & 18 & 5 & 0 \\ 0 & 8 & 16 & 0 \\ 0 & 1 & 18 & 5 \end{vmatrix}$$

باستخدام العمود الرابع :

$$D_4 = -0 \begin{vmatrix} \sim & \sim & \sim \\ \sim & \sim & \sim \\ \sim & \sim & \sim \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} \sim & \sim & \sim \\ \sim & \sim & \sim \\ \sim & \sim & \sim \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} \sim & \sim & \sim \\ \sim & \sim & \sim \\ \sim & \sim & \sim \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 8 & 16 & 0 \\ 1 & 18 & 5 \\ 0 & 8 & 16 \end{vmatrix}$$

$$D_4 = 5 (1728) = 8640 > 0$$

وحيث ان جميع المحددات موجبة فإن النظام مستقر .

مثال : استخدم قاعدة ميرتز لاختبار استقرار النظام العرصة بمعادلة الفواهي :

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = 2 > 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 2 > 0$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -12 < 0$$

$$D_4 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$D_4 = -0 \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$D_4 = -0 + 0 - 0 + (-60)$$

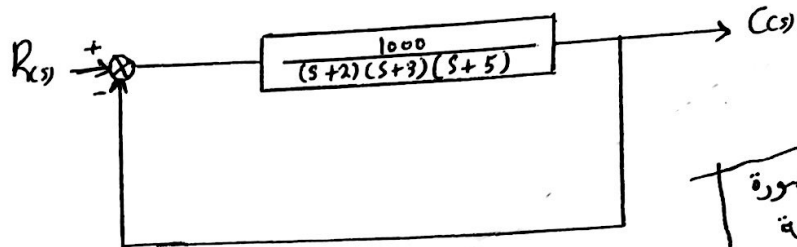
$$D_4 = -60$$

المنظومة غير مستقرة لأن D_3, D_4 سالبة.

X

فائدة: راوث للاستقرار :

مثال : للمنظومة المعروفة استخدم طريقة راوث لإختبار الاستقرار.



نضع النظام في صورة
دالة النقل التامة
حتى نصل إلى
المعادلة المميزة

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1000}{s^3 + 10s^2 + 31s + 1030}$$

$$T(s) = \frac{G}{1+GH}$$

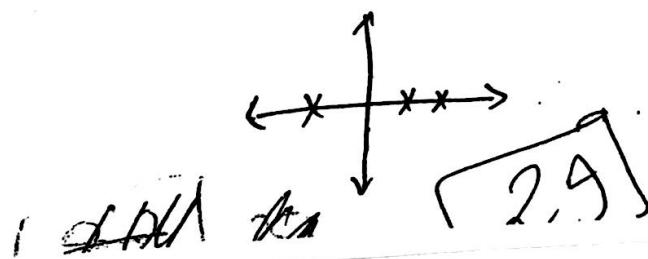
C.F. $s^3 + 10s^2 + 31s + 1030 = 0$

s^3	1	31	0
s^2	10	1030	0
s^1	$-\frac{\begin{vmatrix} 1 & 31 \\ 10 & 1030 \end{vmatrix}}{10}$	$-\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 10 & 0 \end{vmatrix}}{10}$	
	-72	0	
s^0	$-\frac{\begin{vmatrix} 10 & 1030 \\ -72 & 0 \end{vmatrix}}{-72}$	$-\frac{\begin{vmatrix} 10 & 0 \\ -72 & 0 \end{vmatrix}}{-72}$	
	103	0	

s^3	1	31	0
s^2	10	1030	0
s^1	-72	0	
s^0	103	0	

* المنظومة غير مستقرة لوجود تغيير في إشارة العمود الأول.

* يوجد جذران هما الناحية اليمنى لمستوى s لأن الإشارة تغيرت مرتين



مثال: استخدم طريقة روث لاقتبار استقرار المنظومة المعرفة بمعادلة الخواص التالية:

$$S^4 + 3S^3 + 3S^2 + 4S + 5 = 0$$

S^4	1	3	5
S^3	3	4	0
S^2	$b_1 = 5/3$	$b_2 = 5$	0
S^1	$c_1 = -5$	$c_2 = 0$	
S^0	$d_1 = 5$	$d_2 = 0$	

$$b_1 = - \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}}{3} = 5/3, \quad b_2 = - \frac{\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}}{3} = 5$$

$$c_1 = - \frac{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5/3 & 5 \end{vmatrix}}{5/3} = -5, \quad c_2 = - \frac{\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 5/3 & 0 \end{vmatrix}}{5/3} = 0$$

$$d_1 = - \frac{\begin{vmatrix} 5/3 & 5 \\ -5 & 0 \end{vmatrix}}{-5} = 5$$

* النظام غير مستقر لتغير الإشارة
* عدد الأقطاب في النصف اليمنى = 2

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5/3 \\ -5 \\ 5 \end{Bmatrix} \quad \text{العمود الأول}$$

Feed back = $\frac{G \text{ ب.ط.}}{G \text{ مقام} + G \text{ ب.ط.} * H}$

20

س.ع.

- 1- وجود حد يساوي صفر في العمود الأول بينما بقية الصف لا يساوي صفر.
- 2- في هذه الحالة نستبدل المعادلة بمعادلة جديدة وذلك بالتعويض من قبة $(s = \frac{1}{z})$ ثم نعيد تحليل المألة بالنسبة لـ z .

مثال :

$$T(s) = \frac{10}{s^5 + \frac{2}{3}s^4 + 3s^3 + 6s^2 + 5s + 3}$$

s^5	1	3	5
s^4	2	6	3
s^3	0	3.5	
s^2	صفر في العمود الأول !		
s^1			
s^0			

$$\Rightarrow s^5 + \frac{2}{3}s^4 + 3s^3 + 6s^2 + 5s + 3 = 0$$

$$\left(\frac{1}{z^5}\right) + \frac{2}{3}\frac{1}{z^4} + 3\frac{1}{z^3} + 6\frac{1}{z^2} + 5\frac{1}{z} + 3 = 0$$

نضرب المعادلة في أعلى أس (z^5)

$$1 + \frac{2}{3}z + 3z^2 + 6z^3 + 5z^4 + 3z^5 = 0$$

$$3z^5 + 5z^4 + 6z^3 + 3z^2 + \frac{2}{3}z + 1 = 0$$

z^5	3	6	2
z^4	5	3	1
z^3	4.2	1.4	
z^2	1.33	1	
z^1	-1.75		
z^0	1		

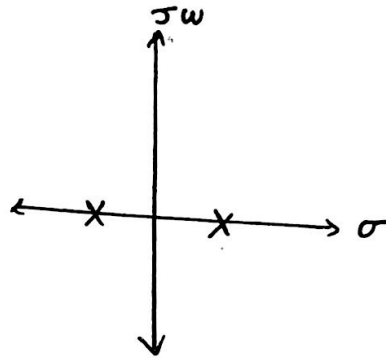
* النظام غير مستقر

يوجد (2) من الأقطاب في الطرف الأيمن

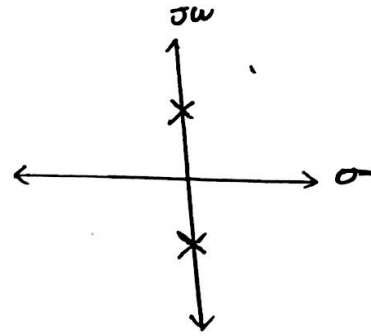
311

2- وجود صف كامل من الأصفار.

في هذه الحالة تكون أقطاب المنظومة متماثلة حول نقطة الأصل وبالتالى فإن النظام إما أن يكون غير مستقر في حالة وجود الأقطاب على المحور الأفقي أو يكون في استقرار حرج في حالة وجود الأقطاب على المحور الرأسى.



غير مستقر.



استقرار حرج

لحل هذه المشكلة :

- تكون معادلة ماعدة

- نستبدل صف الأصفار ~~بالمعادلة~~ بتفاضل المعادلة الماعدة

- نكمل التحليل كالمعتاد

يمكن معرفة ما إذا كانت هذه الأقطاب تقع على المحور الأفقي أو الرأسى

من خلال إيجاد جذور المعادلة الماعدة

استخدم قاعدة راوث لاختبار استقرار المنظومة المعرّضة بدالة التعويل
الناتجة مع تحديد عدد الجذور في الناحية اليمنى واليسرى وعلى المحور الرأسى.

$$T(s) = \frac{10}{s^5 + 7s^4 + 6s^3 + 42s^2 + 8s + 56}$$

s^5	1	6	8
s^4	~~1~~	~~42~~ 6	~~56~~ 8
s^3	~~4~~	~~12~~	~~0~~
s^2	3	8	0
s^1	$\frac{4}{3}$	0	0
s^0	8	0	0

$$b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}}{1} = 0$$

$$b_2 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 8 \end{vmatrix}}{1} = 0$$

$$c_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 4 & 12 \end{vmatrix}}{4} = 3$$

$$c_2 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}}{4} = 8$$

$$d_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 4 & 12 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}}{3} = \frac{4}{3}$$

* المعادلة المأداة يتم تكوينها من الصف الذى يسبق صف الأصفار.

$$P = s^4 + 6s^2 + 8$$

$$\frac{dP}{ds} = 4s^3 + 12s + 0$$

لا يوجد تخير في إشارة العمود الأول بالنظر لأن المنظومة مستقرة استقرار حرج.

موقع الجذور

$$s^4 + 6s^2 + 8 = 0$$

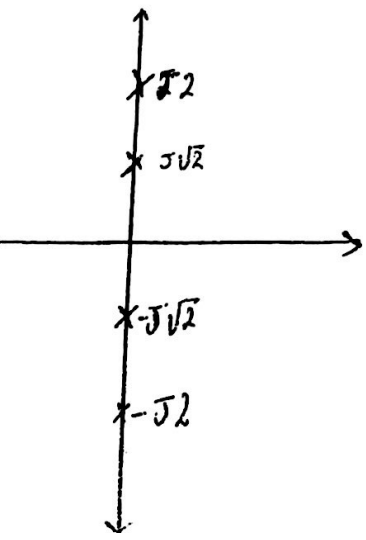
$$s_{1,2}^2 = -3 \pm \frac{\sqrt{36 - 32}}{2} = -3 \pm 1$$

$$s_1^2 = -2$$

$$s_2^2 = -4$$

$$s_{1,2} = \pm j\sqrt{2}$$

$$s_{3,4} = \pm j2$$

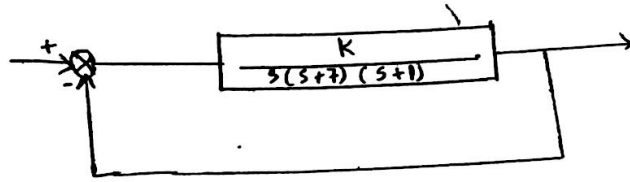


* تصميم منظومات التحكم باستخدام قاعدة راوث .

مثال : استخدم قاعدة راوث للاستقرار لإيجاد K بحيث تكون المنظومة

2. مستقرة استقرار مرج

1. مستقرة



$$T(s) = \frac{K}{s(s+7)(s+1)+K}$$

دالة التحويل العام تساوي :

$$s^3 + 8s^2 + 7s + K = 0$$

s^3	1	7
s^2	8	K
s^1	$\frac{56-K}{8}$	0
s^0	K	

① لكي تكون المنظومة مستقرة

$$\frac{56-K}{8} > 0$$

$$K < 56 \quad ①$$

$$K > 0 \quad ②$$

$$0 < K < 56$$

② لكي تكون المنظومة مستقرة استقرار مرج

$$K = 56$$

34 35

لدينا تكون المنظومة مستقرة استقرار مرجحاً فإن الصف الثالث يجب ان يكون ايجابياً

$$\frac{56-K}{8} = 0$$

$$K = 56$$

مثال : أوجد مدى K لتجعل المنظومة المعروفة بمعادلة التوافقيات التالية مستقرة

$$s^4 + Ks^3 + s^2 + s + 1 = 0$$

s^4	1	1	1
s^3	K	1	0
s^2	$\frac{K-1}{K}$	$\frac{1}{K}$	
s^1	$1 - \frac{K}{K-1}$	0	
s^0	$\frac{1}{K}$		

$$① \quad K > 0$$

$$② \quad K > 1$$

$$③ \quad 1 - \frac{K}{K-1} > 0$$

من الصف s^3

من الصف s^2

من الصف s^1

* قيمة K التي تحقق الترتيبين ①, ② $K > 1$ وبالتالي فانه لا يوجد
* لكن هذه القيمة لا تحقق الشرط ③
لقيمة K تجعل المنظومة مستقرة أي ان المنظومة غير مستقرة

35